

Zur quantitativen Auswertung von komplexen Fehlersignalen aus Mehrfrequenz-Wirbelstromprüfungen

Von Walter Nägele, Karlsruhe

To the quantitative evaluation of complex defect signals from eddy current testings with multi-frequency methods

Pour l'évaluation quantitative des signaux complexes des défauts dans le contrôle par courants de Foucault d'après méthodes à plusieurs fréquences

Die gängige Beschreibung von Mehrfrequenz-Wirbelstromanzeigen großer Fehler durch linearisierte Impedanzortskurven kann zu Fehldeutungen führen. Es wird eine Weiterentwicklung des linearen Superpositionsprinzips vorgeschlagen, die zusätzlich die Krümmung der Impedanzortskurven berücksichtigt und deshalb auch große Fehler noch eindeutig identifizierbar macht.

Manuskript-Eing. 25. Nov. 1981

1. Einleitung

Häufig angewendete Meßverfahren zeichnen sich i. allg. dadurch aus, daß zwischen dem Meßwert X und der Meßgröße Y ein linearer Zusammenhang $Y = aX$ besteht. Man denke etwa an den Dehnungsmeßstreifen, bei dem der Meßwert „Ohmscher Widerstand“ zur Bestimmung der Meßgrößen „Dehnung“, „Kraft“, „Druck“ usw. benutzt wird. Schwieriger zu handhaben und weniger verbreitet sind die Verfahren mit nichtlinearem Meßwert-Meßgröße-Zusammenhang etwa die Messung von Temperaturen mit NTC-Widerständen (NTC Negative Temperature Coefficient) –, da ihre Anwendung den Gebrauch von Umrechnungstabellen erfordert. Als gänzlich unbrauchbar gelten Verfahren, bei denen der Meßwert zusätzlich noch von mehreren gleichzeitig variablen Meßgrößen abhängt. So ist z. B. die Temperaturmessung mit NTC-Widerständen in nicht bekannten Magnetfeldern unmöglich, da der magnetfeldabhängige Halleffekt einen Beitrag zum elektrischen Widerstand leistet und eine eindeutige Zuordnung „Widerstand/Temperatur“ nicht zuläßt, wenn die Magnetfeldstärke nicht bekannt ist.

Um ein Meßverfahren der letzten Art handelt es sich bei dem Wirbelstromverfahren zur Prüfung von Metallen. Damit werden solche Werkstoffanomalien nachgewiesen, welche die Stromtransporteigenschaften des Werkstoffes bzw. des Werkstückes beeinflussen. Mittels einer Spule, der ein hochfrequenter Wechselstrom eingepreßt ist, wird in dem zu untersuchenden Werkstück ein Wirbelstromfeld induziert. Das mit dem Wirbelstrom verknüpfte Magnetfeld wirkt auf die Induktionsspule zurück und ruft eine Impedanzänderung (Scheinwiderstandsänderung) ΔZ_0 gegenüber der Impedanz Z_0 der leer-

ren Spule hervor. Weist das Werkstück eine Abweichung vom Normalzustand auf, wird das Wirbelstromfeld lokal gestört. Dies verursacht eine zusätzliche Impedanzänderung δZ der Spule. Diese Änderung δZ enthält als Meßwert zwei unabhängige Informationen: Betrag und Phase der Impedanzänderung bzw. deren Real- und Imaginärteil in der komplexen Darstellung. Die die Impedanzänderungen verursachenden Werkstoffanomalien können vielfältiger Natur sein: Schwankungen der elektrischen Leitfähigkeit und der magnetischen Permeabilität auf Grund von Legierungsschwankungen, Variationen der Geometrie (Änderung von Innen- und Außendurchmesser, Risse, Löcher – z. B. bei Rohren), Materialfehler (Doppelungen oder Lunker). Deshalb kann aus einer Messung von δZ ein Fehler nicht eindeutig klassifiziert und quantifiziert werden. Eine zusätzliche Schwierigkeit besteht in der Nichtlinearität des Zusammenhangs „Impedanzänderung / Materialfehler“, Fig. 1. Eine Wirbelstromprüfung bei nur einer Prüffrequenz liefert deshalb nicht viel mehr als eine Aussage darüber, ob das Werkstück eine Anomalie aufweist oder intakt ist.

Glücklicherweise koppeln die verschiedenen Fehler in unterschiedlicher Weise

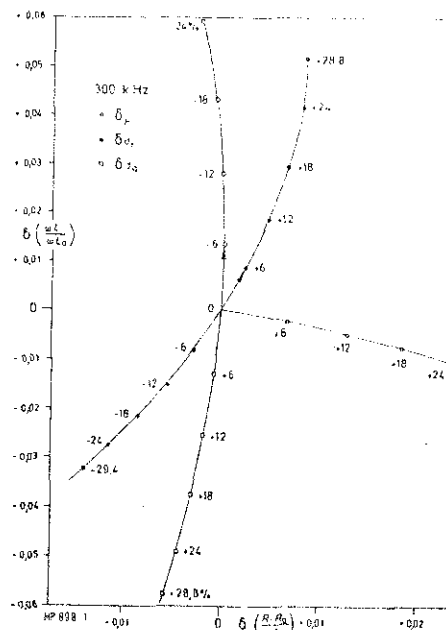


Fig. 1: Änderungen der Spulenimpedanz in Abhängigkeit verschiedener Fehler eines Rohres aus Material DIN 1.4970

Materialdaten → Text

an das Magnetfeld der Wirbelströme an. Das bedeutet, daß die auf unterschiedliche Fehler zurückgehenden Signale in der komplexen Impedanzebene von Null verschiedene Phasenwinkel miteinander bilden. (Zur Illustration sind in Fig. 1 die Impedanzänderungsvektoren eines Innen- [Index i] und eines Außenfehlers [Index a] gleicher Tiefe eingetragen.) Diese gegenseitigen Phasenlagen sind zudem noch frequenzabhängig. Außerdem ist der Frequenzgang der von unterschiedlichen Fehlern verursachten Signalamplituden wegen der frequenzabhängigen Eindringtiefe des Wirbelstromfeldes verschieden. Deshalb können Messungen der Impedanzänderung δZ bei geeignet ausgewählten n Frequenzen $2n$ unabhängige Informationen liefern, da eine Messung bei einer Frequenz die beiden unabhängigen Informationen Real- und Imaginärteil enthält. Dies erlaubt im Prinzip die Bestimmung von $2n$ Fehlerparametern.

2. Lineares Superpositionsprinzip

Das einfachste Verfahren zur Extraktion der Fehlerinformation aus Mehrfrequenz-Wirbelstromdaten beruht auf der Anwendung des linearen Superpositionsprinzips. Daraus wird ein lineares Gleichungssystem abgeleitet, das die Fehlergrößen als Unbekannte enthält. Das Gleichungssystem kann auf der Hardware-Ebene mittels eines programmierbaren Filternetzwerkes oder numerisch auf einem Rechner gelöst werden.

Das Signal des intakten Werkstückes bei der Frequenz ν sei $Z_\nu = R_\nu + jI_\nu$, wobei R und I Real- und Imaginärteil der Impedanz Z bezeichnen ($j = \sqrt{-1}$). Eine Störung sei charakterisiert durch den „Störvektor“ $\delta \vec{f} = (\delta f_1, \delta f_2, \dots, \delta f_m)$, dessen Komponenten durch die Fehlergrößen δf_i gegeben sind. Die Signaländerung auf Grund des Störvektors kann durch eine Taylorreihe dargestellt werden, z. B.

$$\delta R_\nu = \sum_{i=1}^m \frac{\partial R_\nu}{\partial f_i} \delta f_i + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m \frac{\partial^2 R_\nu}{\partial f_i \partial f_j} \delta f_i \delta f_j + \frac{1}{6} \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m \sum_{k=1}^m \frac{\partial^3 R_\nu}{\partial f_i \partial f_j \partial f_k} \delta f_i \delta f_j \delta f_k + \dots \quad (1)$$

Das lineare Superpositionsprinzip beruht darauf, daß die Reihe bereits nach den linearen Gliedern abgebrochen wird. Dadurch werden Kopplungsglieder zwi-

schen den unterschiedlichen Fehlern vernachlässigt. Das Signal unterschiedlicher gleichzeitig auftretender Fehler ist in dieser Näherung gleich der Superposition der Einzelsignale. Außerdem bewirkt die Beschränkung auf lineare Glieder, daß die Impedanzortskurve in der Umgebung des Aufpunktes Z_v durch eine Gerade angenähert wird:

$$\delta R_v = \sum_{i=1}^m \frac{\partial R_v}{\partial f_i} \delta f_i, \quad \delta I_v = \sum_{i=1}^m \frac{\partial I_v}{\partial f_i} \delta f_i. \quad (2)$$

Im folgenden wird zwischen den beiden unabhängigen Informationen „Realteil“ und „Imaginärteil“ nicht mehr unterschieden. Mit den Abkürzungen

$$\delta P_{2v \dots 1} = \delta R_v, \quad \delta P_{2v} = \delta I_v, \quad p_{ij} = \frac{\partial P_i}{\partial f_j} \quad (3)$$

ergibt sich ein lineares Gleichungssystem

$$\begin{aligned} \delta P_1 &= p_{11} \delta f_1 + \dots + p_{1m} \delta f_m, \\ \delta P_2 &= p_{21} \delta f_1 + \dots + p_{2m} \delta f_m, \\ \delta P_{2n} &= p_{2n,1} \delta f_1 + \dots + p_{2n,m} \delta f_m, \end{aligned} \quad (4)$$

das die Bestimmung der Fehler δf_i gestattet, wenn die Abhängigkeiten der Größen P_i von den Fehlern δf_j , also die Größen p_{ij} , durch eine Kalibrierung bestimmbar sind und wenn die Anzahl m der möglichen Fehler nicht größer ist als die doppelte Anzahl $2n$ von Meßfrequenzen ($m \leq 2n$). Falls nicht alle Informationen linear unabhängig sind, reduziert sich die maximale Anzahl von bestimmbar Fehlern entsprechend.

Dieses Verfahren wurde bereits vor längerer Zeit vorgeschlagen [1] und wird in der technischen Anwendung u. a. zur Unterdrückung von definierten Störgrößen, die nicht als Fehler erkannt werden sollen (z. B. Rohrabstandshalter, Rohrrippen usw.), eingesetzt. Der Anlaß der vorliegenden Arbeit war die Fragestellung, ob das lineare Superpositionsprinzip auch anwendbar ist, wenn größere Fehler vorliegen können, wie etwa bei der Prüfung der Hüllrohre abgebrannter nuklearer Spaltstoffstäbe, die erhebliche Abweichungen vom unbestrahlten Ausgangszustand aufweisen können. Unsere Untersuchungen ergaben, daß ab einer Fehlertiefe von etwa 10% der Wanddicke die Fehleranzeigen ihre Phasenlage in der komplexen Impedanzebene erheblich ändern. Eine eindeutige Unterscheidung zwischen Fehlern der inneren und äußeren Oberfläche kann deshalb durch das lineare Superpositionsprinzip nicht mehr geliefert werden. Ein völlig falscher Befund wird angezeigt, wenn infolge eines Hüllrohrversagens flüssiges Natrium, das als Kühlmittel in

schnellen Brutreaktoren vorgesehen ist, in das Stabinnere eingedrungen ist. Da die Leitfähigkeit des Natriums ungefähr 20mal größer als die des Hüllrohres ist, bewirken selbst winzige Mengen sehr große Impedanzänderungen, die im Rahmen der linearen Näherung nicht mehr interpretierbar sind.

3. Methode der kleinsten Fehlerquadrate

Eine besonders in der modernen Physik weitverbreitete Methode zur Ableitung von Parametern aus Meßergebnissen ist die Ausgleichsmethode: Die Meßdaten werden mit den berechneten Werten aus einem mathematischen Modell, das die zu bestimmenden Größen als Parameter enthält, verglichen. Die Parameter werden dann so lange variiert, bis Meßwerte und berechnete Werte „am besten“ übereinstimmen. Was als die „beste“ Übereinstimmung gilt, ist Konvention und definiert den Typ der Ausgleichsrechnung. Häufig wird das Kriterium die Summe der Fehlerquadrate minimiert („least squares“), z. B. [2]:

$$\sum_{i=1}^n (y_i^{\text{beob}} - y_i^{\text{ber}})^2 = \text{Minimum} \quad (5)$$

oder nach Einsetzen der Minimalbedingung:

$$\sum_{i=1}^n (y_i^{\text{beob}} - y_i^{\text{ber}}) \frac{\partial y_i^{\text{ber}}}{\partial p_j} = 0 \quad (6)$$

für alle j . Wenn die Funktion y^{ber} nicht-linear in den Parametern p_j ist, wird sie näherungsweise linearisiert:

$$\begin{aligned} y^{\text{ber}}(p_1, \dots, p_m) &= y^{\text{ber}}(p'_1, \dots, p'_m) + \frac{\partial y^{\text{ber}}(p'_1, \dots, p'_m)}{\partial p_1} (p_1 - p'_1) \\ &+ \dots + \frac{\partial y^{\text{ber}}(p'_1, \dots, p'_m)}{\partial p_m} (p_m - p'_m) \\ &= y^{\text{ber}}(p'_1, \dots, p'_m) + \sum_{k=1}^m \frac{\partial y^{\text{ber}}(p'_1, \dots, p'_m)}{\partial p_k} \delta p_k \end{aligned} \quad (7)$$

Einsetzen von Gl. (7) in Gl. (6) und Separieren der nicht von p_j abhängigen Glieder $\delta y_i = y_i^{\text{beob}} - y_i^{\text{ber}}(p'_1, \dots, p'_m)$ auf die rechte Seite der Gleichungen liefert ein Gleichungssystem

$$\begin{aligned} \sum_{k=1}^m \sum_{i=1}^n \frac{\partial y_i^{\text{ber}}(p'_1, \dots, p'_m)}{\partial p_j} \frac{\partial y_i^{\text{ber}}(p'_1, \dots, p'_m)}{\partial p_k} \delta p_k &= \sum_{i=1}^n \frac{\partial y_i^{\text{ber}}(p'_1, \dots, p'_m)}{\partial p_j} \delta y_i \end{aligned} \quad (8)$$

für $j=1, \dots, m$. Dies ist ein lineares Gleichungssystem zur Bestimmung der δp_k . Die um δp_k korrigierten Parameter $p_k = p'_k + \delta p_k$ stellen eine bessere Anpas-

sung an die Meßwerte dar als die Startwerte p'_k . Sie sind aber nicht exakt, da die Funktion y^{ber} linearisiert wurde. Das Verfahren muß deshalb so oft wiederholt werden, bis die δp_k gegen Null konvergieren.

4. Auswertung von Mehrfrequenz-Wirbelstromsignalen mit der Least-Squares-Methode

Da der benötigte analytische Zusammenhang $y^{\text{ber}} = y^{\text{ber}}(\delta f_1, \dots, \delta f_m)$ praktisch nicht formulierbar ist, nähert man ihn wie bei der linearen Superposition durch eine Taylorreihe an, die aber erst nach den Gliedern 2. Ordnung abgebrochen wird.

$$\delta P_k = \sum_{i=1}^m p_{ki} \delta f_i + \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m p_{kij} \delta f_i \delta f_j. \quad (9)$$

Die Parameter p_{ki} und p_{kij} müssen durch eine Kalibrierung mit einem Testprüfkörper bestimmt werden. Dies kann z. B. geschehen, indem man Meßwerte bekannter vorgegebener Fehler δf_i nach Gl. (9) anpaßt. Da zur Bestimmung der „Kopplungsparameter“ p_{kij} mit $i \neq j$ exakt übereinanderliegende Fehlerkombinationen erforderlich sind, diese aber praktisch nur sehr schwierig herzustellen sind, wird man gelegentlich aus Gründen der Praktikabilität auf diese Reihenglieder verzichten. Die resultierende Reihe definiert dann ein „quadratisches Superpositionsprinzip“:

$$\delta P_k = \sum_{i=1}^m p_{ki} \delta f_i + \sum_{i=1}^m p_{kii} (\delta f_i)^2. \quad (10)$$

Wenn die Parameter p_{ki} und p_{kij} bekannt sind, können unbekannte Fehler δf_i durch eine Least-Squares-Anpassung der $2n$ Meßdaten δP_k an Gl. (9) charakterisiert werden.

Das Funktionieren dieser Auswertemethode wurde erprobt, indem mit den theoretisch abgeleiteten Beziehungen für das dünnwandige Rohr und die lange Spule [3] (Spulenlänge \gg Fehlerlänge) „Meßdaten“ für ein austenitisches Hüllrohr (DIN 1.4970) mit

elektr. Leitfähigkeit $\sigma = 1,16 \text{ m}/\Omega \text{ mm}^2$,
mag. Permeabilität $\mu = 1$,
Innendurchmesser $d_i = 0,524 \text{ cm}$,
Außendurchmesser $d_a = 0,6 \text{ cm}$,
Wanddicke $W = 0,038 \text{ cm}$

in einer Umfangsspule mit Durchmesser $d_s = 1 \text{ cm}$ bei den Frequenzen 40, 150, 300 und 800 kHz berechnet wurden. Als Meßfehler wurden zylindersymmetrische Abweichungen von μ , d_i und d_a aus den Bereichen

Zur quantitativen Auswertung von komplexen Fehlersignalen aus Mehrfrequenz-Wirbelstromprüfungen

$$0 \leq \delta\mu \leq 0,5\mu, \quad -0,3W \leq \delta d_i \leq 0,3W, \\ -0,3W \leq \delta d_o \leq 0,3W$$

angenommen. Mit

$$R = \frac{\omega L}{\omega L_0} = 1 - \eta + \eta\mu\mu_r^{eff},$$

$$I = \frac{R - R_0}{\omega L_0} = \eta\mu\mu_i^{eff},$$

$$\mu_r^{eff} = \frac{1}{1 + v^2/v_g^2},$$

$$\mu_i^{eff} = \frac{v/v_g}{1 + v^2/v_g^2},$$

$$\eta = \frac{d_o^2}{d_i^2},$$

$$v_g = \frac{5066}{\sigma\mu d_i W} [\text{Hz}]$$

(11)

ergeben sich die in Fig. 2 für 300 kHz gezeigten Fehlerkurven. Die Kalibrierung wurde durchgeführt, indem die nach Gl. (11) berechneten „Meßwerte“ für vorgegebene Fehler an Gl. (9) angepaßt wurden. Die angepaßten Werte sind auch in Fig. 2 eingetragen. Die Abweichungen dieser Werte von den „Meßwerten“ sind ein Maß für die Güte der Anpassung und damit der Kalibrierung. Wie man sieht, ist die Übereinstimmung selbst bei Fehlern von fast 30% noch sehr gut. Zusätzlich ist in Fig. 2 noch das Ergebnis der Kalibrierung nur mit linearen Gliedern eingezeichnet, das der linearen Superposition entspricht. Die Abweichungen bei Fehlergrößen oberhalb 10% lassen erwarten, daß die lineare Näherung in diesem Bereich versagen wird, s. a. spätere Ausführungen.

Nach Kalibrierung wurden dann Änderungen der Durchmesser d_i bzw. d_o zwischen -50% und +50% der Wanddicke, also schon sehr massive Fehler, vorgegeben. Das Funktionieren der Methode gilt dann als verifiziert, wenn aus den Mehrfrequenz-Wirbelstromsignalen dieser Fehler diese sowohl nach Art als auch nach Größe richtig berechnet werden. Eine weitere Randbedingung ist, daß die Lösungen des Least-Squares-Problems nicht abhängen dürfen von den Startparametern $-p_j$ in Gl. (8) -, d. h. es muß immer das am tiefsten liegende Minimum der Funktion $\sum (y_i^{beob} - y_i^{ber})^2$ aufgefunden werden. Obwohl diese Forderung die Anwendung des Verfahrens meistens auf Probleme beschränkt, bei denen schon gute Näherungslösungen bekannt sind, zeigte sich in dieser Anwendung, daß immer das tiefste Minimum aufgefunden wurde, so daß bei einem automatischen Ablauf des Verfah-

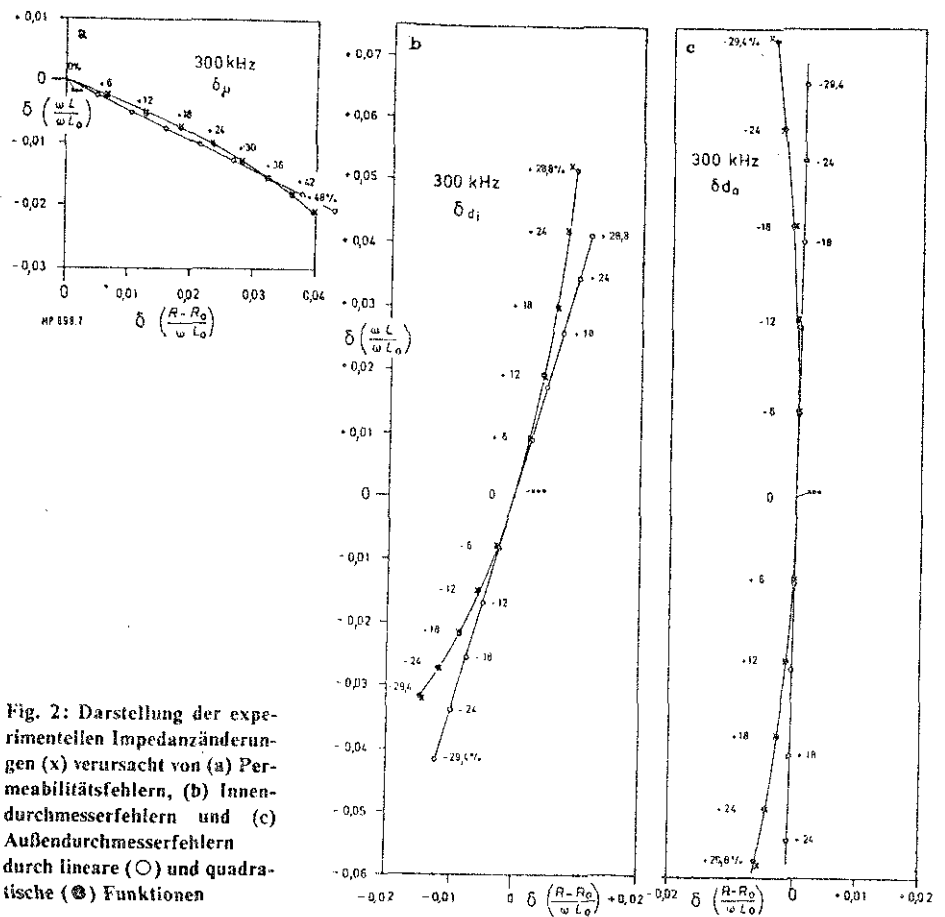


Fig. 2: Darstellung der experimentellen Impedanzänderungen (x) verursacht von (a) Permeabilitätsfehlern, (b) Innendurchmesserfehlern und (c) Außendurchmesserfehlern durch lineare (O) und quadratische (●) Funktionen

rens als Startwerte für die Fehlerparameter die Werte eines ungestörten Prüfbobjekts angenommen werden können. In Fig. 3a sind als Beispiel die Fehler eingezeichnet, die aus den Mehrfrequenzsignalen eines Außendurchmesserfehlers von vorgegebener Größe δd_o berechnet werden. In dieser Darstellung ist dem tatsäch-

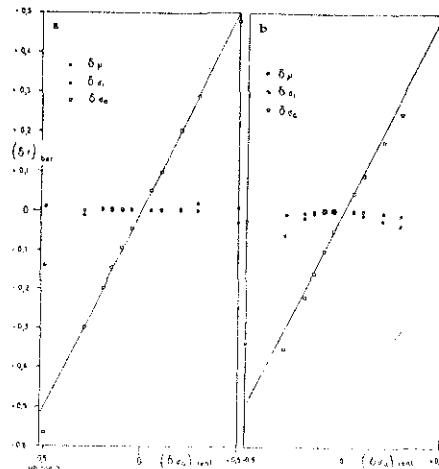


Fig. 3: Aus den durch vorgegebene Außendurchmesserfehler (δd_o)_{real} verursachten Mehrfrequenz-Impedanzänderungen berechnete Fehler (δ)_{ber} durch Anpassung an (a) quadratische und (b) lineare Funktionen

lich vorhandenen Fehler die Abszisse zugeordnet, die berechneten Fehler werden auf der Ordinate dargestellt. In dem zuvor kalibrierten Fehlerbereich zwischen -30% und +30% sind die Abweichungen zwischen tatsächlichem und berechnetem Fehler < 1%, im nicht kalibrierten Bereich treten dagegen natürlich Abweichungen auf, die bis ca. 50% jedoch noch unter 10% liegen. Sehr wichtig jedoch ist, daß Fehlanzeigen (das sind angezeigte Fehler, die jedoch tatsächlich nicht vorhanden sind) im gesamten kalibrierten Bereich < 2% sind. Zum Vergleich ist in Fig. 3b das Ergebnis der linearen Superposition gezeigt. Der vorliegende Fehler wird auch hier recht genau approximiert, jedoch werden oberhalb 10% Fehlergröße in zunehmendem Maß auch nicht vorhandene Fehler angezeigt. Dies ist darauf zurückzuführen, daß das Impedanzsignal seine Phasenlage ändert, diese Änderung aber in der linearen Näherung nicht berücksichtigt werden kann. Dadurch werden Fehlerkomponenten mit anderen Phasenrichtungen vorge-

täuscht. Bei der Analyse von nicht übereinanderliegenden Fehlern war es unerheblich, ob man von Gl. (9) oder (10) ausging, da

Tab. 1: Erkennbarkeit gleichzeitig auftretender Fehler

tatsächlicher Fehler		angezeigter Fehler					
δd_i	δd_j	nach Gl. (9)		nach Gl. (10)		nach Gl. (4)	
		δd_i	δd_j	δd_i	δd_j	δd_i	δd_j
-0,15	-0,15	-0,152	-0,152	-0,125	-0,124	-0,148	-0,149
+0,05	-0,05	+0,068	-0,036	+0,065	-0,039	+0,063	-0,043
+0,20	-0,20	+0,204	-0,198	+0,153	-0,262	+0,098	-0,322
-0,10	+0,20	-0,113	+0,191	-0,157	+0,150	-0,177	+0,120
-0,25	+0,05	-0,265	+0,042	-0,289	+0,024	-0,303	-0,022

in diesem Fall beide identisch sind ($\delta f_i \delta f_j = 0$, falls $i \neq j$). Liegen dagegen zusammenfallende Fehler vor, so zeigt sich, daß sowohl das lineare, Gl. (4), als auch das quadratische Superpositionsprinzip, Gl. (10), beim gleichzeitigen Auftreten größerer Fehler oft unbefriedigende Anzeigen liefern. Berücksichtigt man dagegen die Koppelglieder, Gl. (9), so werden auch Koinzidenzen größerer Fehler besser erkannt. Dies ist in Tab. 1 am Beispiel zusammenfallender Innen- und Außendurchmesserfehler dargestellt.

Während die Lösung des Mehrfrequenz-Wirbelstromproblems nach dem linearen Superpositionsprinzip durch elektronische Netzwerke erreicht werden kann, erfordert die hier vorgestellte Me-

thode einen Auswerterechner: Es wurde ein Fortran-Programm erstellt, das auf einer IBM 3033 einen Fehler in etwa 50 msec vollständig charakterisierte. Auf einer PDP 11/34 wäre bei Optimierung der Software eine Bearbeitungszeit von etwa 2 sec zu erwarten. Dieser Zeitaufwand läßt eine on-line-Auswertung nicht sinnvoll erscheinen. Zeitunkritische Anwendungen sollten dagegen sehr viel genauer werden durch das beschriebene Verfahren.

5. Zusammenfassung

Es wurde gezeigt, wie die Krümmung der Impedanzortskurven bei der Interpretation von Mehrfrequenz-Wirbelstromsignalen berücksichtigt werden kann. Ma-

thematisch wird die Krümmung durch quadratische Glieder in der Taylor-Reihenentwicklung des Meßsignals nach den Fehlerparametern dargestellt. Die Koeffizienten dieser Reihe werden durch entsprechende Messungen festgelegt. Die Fehler werden durch Anpassung der durch die Reihe gegebenen Signale an die gemessenen Fehlersignale identifiziert. Dieses Verfahren besitzt eine wesentlich größere Genauigkeit als die lineare Superposition, auch wenn verschiedene Fehler übereinander liegen. Es erfordert jedoch einen nicht unerheblichen Aufwand zur Herstellung von Testfehlerkombinationen.

Gedankt wird Herrn Dr. Karsten für eine kritische Durchsicht des Manuskripts.

Literatur

- [1] Becker, R., P. Höller: Parametertrennung bei der Wirbelstromprüfung von Rohren nach einem Mehrfrequenzverfahren. *Materialprüf.* 16 (1974) Nr. 12 S. 391/92.
- [2] Großmann, W.: *Grundzüge der Ausgleichsrechnung*. Berlin/Heidelberg/New York: Springer-Verlag 1969.
- [3] Heptner, H., H. Stroppe: *Magnetische und magnetinduktive Werkstoffprüfung*. Leipzig: VEB-Verlag 1972, bes. S. 218ff. MP 898